Etude de la fonction

$$f(x) = -x + 2 + \frac{1}{3x-1}$$

- $x \in domf \Leftrightarrow 3x - 1 \neq 0$
  $\Leftrightarrow x \neq \frac{1}{3}$
  $domf = \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{1}{3}\right\}$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\underbrace{-x}_{+\infty} + 2 + \underbrace{\frac{1}{3x-1}}_{0} \right) = +\infty$
  $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\underbrace{-x}_{-\infty} + 2 + \underbrace{\frac{1}{3x-1}}_{0} \right) = -\infty$
  Donc, G_f n'admet pas d'$A.H.$

- $\forall x \in domf : f(x) = \quad -x + 2 \quad + \underbrace{\frac{1}{3x-1}}_{\to 0 (\text{si } x \to \pm\infty)}$
  Donc: G_f admet une $A.O.$: $y = -x + 2$.

- $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}^-} -x + 2 + \underbrace{\frac{1}{3x-1}}_{\to 0^-} = -\infty$
  $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}^+} -x + 2 + \underbrace{\frac{1}{3x-1}}_{\to 0^+} = +\infty$
  Donc, G_f admet une $A.V.$: $x = \frac{1}{3}$.

- f est dérivable sur $domf$: $domf\prime = domf$

  $\forall x \in domf'$: $f\prime(x) = -1 - \dfrac{1}{(3x-1)^2} \cdot 3 = -\dfrac{9x^2-6x+4}{(3x-1)^2}$

- $f\prime(x) = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 6x + 4 = 0$ pas de racines réelles

-

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$-\left(9x^2-6x+4\right)$		$-$		$-$	
$(3x-1)^2$		$+$	0	$+$	
$f\prime(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$-\infty$

- $f\prime$ est dérivable sur $domf\prime$: $domf" = domf\prime$

  $\forall x \in domf''$: $f''(x) = -\dfrac{(18x-6)\cdot(3x-1)^2 - \left(9x^2-6x+4\right)\cdot 2\,(3x-1)\cdot 3}{(3x-1)^4}$

  $= \dfrac{24}{(3x-1)^3} \neq 0$

  Donc G_f n'admet pas de points d'inflexion.

-

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f"(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	
G_f		$\frown$	$\Vert$	$\smile$	

Rédaction du corrigé, saisie et mise en pages:
Alain KLEIN, IIe C 2 LCD, 2007/08