Etude de la fonction

$$f(x) = \frac{x^2+4x+16}{2x^2+8x+12}$$

- $x \in domf \Leftrightarrow 2x^2+8x+12 \neq 0$ toujours vérifié
  $domf = \mathbb{R}$

- $$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+4x+16}{2x^2+8x+12} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2\left(1+\frac{4}{x}+\frac{16}{x^2}\right)}{x^2\left(2+\frac{8}{x}+\frac{12}{x^2}\right)} = \frac{1}{2}$$
  $$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+4x+16}{2x^2+8x+12} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2\left(1+\frac{4}{x}+\frac{16}{x^2}\right)}{x^2\left(2+\frac{8}{x}+\frac{12}{x^2}\right)} = \frac{1}{2}$$
  Donc, G_f admet une $A.H.$: $y = \frac{1}{2}$.

- f est dérivable sur $domf$: $domf' = domf$
  $$\forall x \in domf' : f'(x) = \frac{-40x-80}{(2x^2+8x+12)^2}$$

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -40x-80 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

-

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	max abs. 3	$\searrow$	$\frac{1}{2}$

- f' est dérivable sur $domf'$: $domf" = domf'$
  $$\forall x \in domf' : f''(x) = \frac{240x^2+960x+800}{(2x^2+8x+12)^3}$$

- $f"(x) = 0 \Leftrightarrow 240x^2 + 960x + 800 = 0 \Leftrightarrow x = -2 + \frac{1}{3}\sqrt{6}$ou $x = -2 - \frac{1}{3}\sqrt{6}$

x	$-\infty$		$-2-\frac{1}{3}\sqrt{6}$		$-2+\frac{1}{3}\sqrt{6}$		$+\infty$
$f"(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
G_f		$\smile$	0	$\frown$	0	$\smile$	

Rédaction du corrigé, saisie et mise en pages:
Alain KLEIN, IIe C 2 LCD, 2007/08