# Exercices sur le logarithme décimal

1. Soient $a$ et $b \in \mathbb{R}_+^*$.
   Simplifier:
   (a) $\log 0,1 \cdot \left(a^2\sqrt{\frac{b^2}{a}}\right)^3 \frac{a}{b^3}$
   (b) $\log \left(\frac{10a^3b^{-2}}{a\sqrt{a^2b^3}}\right)^3 \left(\frac{a^{-4}b^3}{100\sqrt[4]{b^2a}}\right)^{-2}$
   (c) $\log \frac{0,001\left(\sqrt[3]{a^4}b^{-2}\right)^3}{\sqrt{b^3}\sqrt[4]{a^3}}$
   (d) $\log \left(\frac{10^{-3}a^4\sqrt[3]{b}}{0,01a^2\sqrt{a^3b^2}}\right)$

2. Calculer:
   (a) $\log 2 + \log 5$
   (b) $2\log 5 + \log 12 - \log 3$

3. Si $\log 2 = \alpha$, exprimer en fonction de $\alpha$ :
   $\log 4$; $\log 16$; $\log 40$; $\log \frac{1}{4}$; $\log 0,2$

4. Si $\log b = a$ avec $b \in \mathbb{R}_+^*$, alors déterminer:
   $\log 10b$; $\log \frac{b}{100}$; $\log \frac{1}{b}$; $\log \sqrt{b}$; $\log b^5$; $2\log 3b + \log \sqrt[5]{b} - \log 9$

5. Déterminer $domf$ et simplifier $f(x)$ si possible:
   (a) $f(x) = \log(4-3x)$
   (b) $f(x) = \log(4-x^2)$
   (c) $f(x) = \log \frac{(2x-3)^3}{2-x}$
   (d) $f(x) = \log \frac{4x-1}{x-3}$
   (e) $f(x) = \log|5x-1|$

(f) $f(x) = \log \dfrac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 + 3x + 2}$

(g) $f(x) = \log \dfrac{(1 + x^2)^3}{\sqrt{x + \sqrt{1 + x^2}}}$

6. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

   (a) $\log x = 1$
   (b) $\log x = 3$
   (c) $\log x = -4$
   (d) $\log(x + 4) + \log x = 0$
   (e) $\log(x + 3) + \log(x + 5) = \log 15$
   (f) $\log(x + 1) = 3 - \log(1 - 2x)$
   (g) $\log(1 - x) - \log(x + 1) = -2$
   (h) $\log(x + 1) + \log(x - 1) = \log 3 + 4 \log 2$
   (i) $\log(x^2 + 5x + 6) = \log(x + 11)$
   (j) $\log(1 - 5x) - \log(x + 1) = -1$

7. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

   (a) $(\log x)^2 - 3 \log x - 4 = 0$
   (b) $2(\log x)^2 - \log x + 1 = 0$
   (c) $(\log x)^2 + \log x - 12 = 0$

8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes:

   (a) $\log x > \frac{1}{2}$
   (b) $2 \log x \leqslant -3$
   (c) $\log |2x + 1| + \log |x + 3| < 1$
   (d) $\log 24 + \log(3 - x) < \log(x + 1) + \log(25x - 49)$
   (e) $\log(3x^2 - x - 2) > \log(6x + 4)$
   (f) $\log(x + 2) + \log(x - 4) < 2 \log(x - 1)$

# Corrigé

1.

(a) $\log_{10} 0.1 \left(a^2\sqrt{\frac{b^2}{a}}\right)^3 \frac{a}{b^3}$

$= \log_{10} 0.1 + \log_{10}\left(a^2\sqrt{\frac{b^2}{a}}\right)^3 + \log_{10}\frac{a}{b^3}$

$= -1 + \log_{10} a^6 + \log_{10}\sqrt{\frac{b^2}{a}}^3 + \log_{10}\frac{a}{b^3}$

$= -1 + 6\log_{10} a + \frac{3}{2}\log_{10}\frac{b^2}{a} + \log_{10} a - \log_{10} b^3$

$= -1 + 6\log_{10} a + 3\log_{10} b - \frac{3}{2}\log_{10} a + \log_{10} a - 3\log_{10} b$

$= -1 + \frac{11}{2}\log_{10} a$

(b) $\log_{10}\left(\frac{10a^3b^{-2}}{a\sqrt{a^2b^3}}\right)^3\left(\frac{a^{-4}b^3}{100\sqrt[4]{b^2a}}\right)^{-2}$

$= 3\log_{10}\frac{10a^3b^{-2}}{a\sqrt{a^2b^3}} - 2\log_{10}\frac{a^{-4}b^3}{100\sqrt[4]{b^2a}}$

$= 3\log_{10} 10 + 3\log_{10} a^3 + 3\log_{10} b^{-2} - 3\log_{10} a - \frac{3}{2}\log_{10} a^2 - \frac{3}{2}\log_{10} b^3 - 2\log_{10} a^{-4} - 2\log_{10} b^3 + 2\log_{10} 100 + \frac{2}{4}\log_{10} b^2 + \frac{2}{4}\log_{10} a$

$= 3 + 9\log_{10} a - 6\log_{10} b - 3\log_{10} a - 3\log_{10} a - \frac{9}{2}\log_{10} b + 8\log_{10} a - 6\log_{10} b + 4 + \log_{10} b + \frac{1}{2}\log_{10} a$

$= 7 + \frac{23}{2}\log_{10} a - \frac{31}{2}\log_{10} b$

(c) $\log_{10}\frac{0.001\left(\sqrt[3]{a^4}b^{-2}\right)^3}{\sqrt{b^3}\sqrt[4]{a^3}}$

$= \log_{10} 0.001 + 3\log_{10}\sqrt[3]{a^4}b^{-2} - \log_{10}\sqrt{b^3} - \log_{10}\sqrt[4]{a^3}$

$= -3 + \log_{10} a^4 + 3\log_{10} b^{-2} - \frac{1}{2}\log_{10} b^3 - \frac{1}{4}\log_{10} a^3$

$$= -3 + 4\log_{10} a - 6\log_{10} b - \frac{3}{2}\log_{10} b - \frac{3}{4}\log_{10} a$$
$$= -3 + \tfrac{13}{4}\log_{10} a - \frac{15}{2}\log_{10} b$$

(d) $\log_{10}\left(\dfrac{10^{-3}a^4\sqrt[3]{b}}{0.01a^2\sqrt{a^3b^2}}\right)$
$$= \log_{10} 10^{-3} + \log_{10} a^4 + \log_{10} \sqrt[3]{b} - \log_{10} 0.01 - \log_{10} a^2 - \log_{10} \sqrt{a^3b^2}$$
$$= -3 + 4\log_{10} a + \frac{1}{3}\log_{10} b + 2 - 2\log_{10} a - \frac{3}{2}\log_{10} a - \log_{10} b$$
$$= -1 + \frac{1}{2}\log_{10} a - \frac{2}{3}\log_{10} b$$

2.

(a) $\log_{10} 2 + \log_{10} 5$
$= \log_{10}(2 \cdot 5)$
$= \log_{10} 10$
$= 1$

(b) $2\log_{10} 5 + \log_{10} 12 - \log_{10} 3$
$= \log_{10} 5^2 + \log_{10} 12 - \log_{10} 3$
$$= \log_{10}\left(\frac{25 \cdot 12}{3}\right)$$
$$= \log_{10}\left(\frac{300}{3}\right)$$
$= \log_{10} 100$
$= 2$

3.

(a) $\log_{10} 4$
$= \log_{10} 2^2$
$= 2\log_{10} 2$
$= 2a$

(b) $\log_{10} 16$
$= \log_{10} 2^4$
$= 4 \log_{10} 2$
$= 4a$

(c) $\log_{10} 40$
$= \log_{10}(4 \cdot 10)$
$= \log_{10} 4 + \log_{10} 10$
$= 2a + 1$

(d) $\log_{10} \frac{1}{4}$
$= \log_{10} 1 - \log_{10} 4$
$= 0 - 2a$
$= -2a$

(e) $\log_{10} 0.2$
$= \log_{10}(0.1 \cdot 2)$
$= \log_{10} 0.1 + \log_{10} 2$
$= -1 + a$

4.

(a) $\log_{10} 10b \log_{10} 10 + \log_{10} b = 1 + a$

(b) $\log_{10} \frac{b}{100}$
$= \log_{10} b - \log_{10} 100$
$= a - 2$

(c) $\log_{10} \frac{1}{b}$
$= \log_{10} 1 - \log_{10} b$
$= 0 - a$
$= -a$

(d) $\log_{10} \sqrt{b}$
$= \frac{1}{2} \log_{10} b$
$= \frac{1}{2} a$

(e) $\log_{10} b^5$
$= 5 \log_{10} b$
$= 5a$

(f) $2 \log_{10} 3b + \log_{10} \sqrt[5]{b} - \log_{10} 9$
$= 2 (\log_{10} 3 + \log_{10} b) + \frac{1}{5} \log_{10} b - \log_{10} 3^2$
$= 2 \log_{10} 3 + 2 \log_{10} b + \frac{1}{5} \log_{10} b - 2 \log_{10} 3$
$= 2a + \frac{1}{5} a$
$= \frac{11}{5}$

5.

(a) $f(x) = \log_{10}(4 - 3x)$

$x \in dom f \Leftrightarrow 4 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3} \Leftrightarrow x \in \left]-\infty; \frac{4}{3}\right[$
$dom f = \left]-\infty; \frac{4}{3}\right[$

$f(x)$ n'est pas simplifiable!

(b) $f(x) = \log_{10}(4 - x^2)$

$x \in dom f \Leftrightarrow 4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow (2 - x)(2 + x) > 0 \Leftrightarrow x \in ]-2; 2[$
$dom f = ]-2; 2[$

$f(x) = \log_{10} [(2 - x)(2 + x)]$
$= \log_{10} |2 - x| + \log_{10} |2 + x|$

(c) $f(x) = \log_{10} \dfrac{(2x-3)^2}{2-x}$

$$x \in dom f \Leftrightarrow \frac{(2x-3)^2}{2-x} > 0 \text{ et } 2-x \neq 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, 2\right[ \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$$
$$dom f = \left]-\infty, 2\right[ \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

$$f(x) = \log_{10} \frac{(2x-3)^2}{2-x}$$
$$= \log_{10}(2x-3)^2 - \log_{10}|2-x|$$
$$= 2\log_{10}|2x-3| - \log_{10}|2-x|$$

(d) $f(x) = \log_{10} \dfrac{4x-1}{x-3}$

$$x \in dom f \Leftrightarrow \frac{4x-1}{x-3} > 0 \text{ et } x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty; \frac{1}{4}\right[ \cup \left]3; +\infty\right[$$
$$dom f = \left]-\infty; \frac{1}{4}\right[ \cup \left]3; +\infty\right[$$

$$f(x) = \log_{10} \frac{4x-1}{x-3}$$
$$= \log_{10}|4x-1| - \log_{10}|x-3|$$

(e) $f(x) = \log_{10}|5x-1|$

$$x \in dom f \Leftrightarrow |5x-1| > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{5}\right\}$$
$$dom f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{5}\right\}$$

$f(x)$ n'est pas simplifiable!

(f) $f(x) = \log_{10} \dfrac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 + 3x + 2}$

$x \in dom f \Leftrightarrow \dfrac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 + 3x + 2} > 0$ et $x^2 + 3x + 2 \neq 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+2)} > 0$ et $(x+2)(x+1) \neq 0$
$\Leftrightarrow x \in \,]-2;-1[\, \cup \,]1;2[\, \cup \,]3;+\infty[$
$dom f = \,]-2;-1[\, \cup \,]1;2[\, \cup \,]3;+\infty[$

$f(x) = \log_{10} \dfrac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 + 3x + 2}$
$= \log_{10} \dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x+2)(x+1)}$
$= \log_{10} |(x-1)(x-2)(x-3)| - \log_{10} |(x+2)(x+1)|$
$= \log_{10} |x-1| + \log_{10} |x-2| + \log_{10} |x-3| - \log_{10} |x+2| - \log_{10} |x+1|$

(g) $f(x) = \log_{10} \dfrac{\left(1+x^2\right)^3}{\sqrt{x + \sqrt{1+x^2}}}$

$x \in dom f \Leftrightarrow \dfrac{\left(1+x^2\right)^3}{\sqrt{x + \sqrt{1+x^2}}} > 0$ et $x + \sqrt{1+x^2} > 0$ et $1 + x^2 \geq 0$
$\Leftrightarrow x + \sqrt{1+x^2} > 0$
$\Leftrightarrow \sqrt{1+x^2} > -x$

$1^{er}$ cas: $x \in \mathbb{R}_+$ :
$\sqrt{1+x^2} > -x$ toujours vérifié $\forall x \in \mathbb{R}_+$
$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R}_+$
$dom_1 = \mathbb{R}_+$

$2^e$ cas: $x \in \mathbb{R}_-^*$ :
$\sqrt{1+x^2} > -x$
$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + x^2 > x^2 \\ x < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0x^2 > -1 & \text{toujours vérifié } \forall x \in \mathbb{R}_-^* \\ x < 0 \end{cases}$
$dom_2 = \mathbb{R}_-^*$

Donc: $domf = dom_1 \cup dom_2 = \mathbb{R}_+ \cup \mathbb{R}_-^* = \mathbb{R}$

$$f(x) = \log_{10} \frac{\left(1+x^2\right)^3}{\sqrt{x+\sqrt{1+x^2}}}$$
$$= \log_{10} \left(1+x^2\right)^3 - \log_{10} \sqrt{x+\sqrt{1+x^2}}$$
$$= 3\log_{10}(1+x^2) - \frac{1}{2}\log_{10} \left|x+\sqrt{1+x^2}\right|$$

6.

(a) $\log_{10} x = 1 (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}_+^*$
Donc $dom(E) = \mathbb{R}_+^*$
$\log_{10} x = 1$
$\Leftrightarrow x = 10^1$
$\Leftrightarrow x = 10$
$\mathbb{S} = \{10\}$

(b) $\log_{10} x = 3 (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}_+^*$
Donc $dom(E) = \mathbb{R}_+^*$
$\log_{10} x = 3$
$\Leftrightarrow x = 10^3$
$\Leftrightarrow x = 1000$
$\mathbb{S} = \{1000\}$

(c) $\log_{10} x = -4 (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}_+^*$
Donc $dom(E) = \mathbb{R}_+^*$
$\log_{10} x = -4$

$\Leftrightarrow x = 10^{-4}$
$\Leftrightarrow x = \frac{1}{10\,000}$
$\mathbb{S} = \left\{\frac{1}{10\,000}\right\}$

(d) $\log_{10}(x+4) + \log_{10} x = 0 (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x > -4$ et $x \in \mathbb{R}_+^*$
Donc $dom(E) = \mathbb{R}_+^*$
$\log_{10}(x+4) + \log_{10} x = 0$
$\Leftrightarrow \log_{10}\left[(x+4)\cdot x\right] = 0$
$\Leftrightarrow \log_{10}(x^2+4x) = \log 1$
$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 1$
$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 1 = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)$
$= 16 + 4$
$= 20$
$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{5}$
$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-2\sqrt{5}}{2} = -2-\sqrt{5}$ à rejeter
$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+2\sqrt{5}}{2} = -2+\sqrt{5}$
$\mathbb{S} = \left\{-2+\sqrt{5}\right\}$

(e) $\log_{10}(x+3) + \log_{10}(x+5) = \log_{10} 15 (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x > -3$ et $x > -5$
Donc $dom(E) = \left]-3; +\infty\right[$
$\log_{10}(x+3) + \log_{10}(x+5) = \log_{10} 15$
$\Leftrightarrow \log_{10}((x+3)\cdot(x+5)) = \log_{10} 15$
$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 15 = 15$
$\Leftrightarrow x(x+8) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -8$ à rejeter
$\mathbb{S} = \{0\}$

(f) $\log_{10}(x+1) = 3 - \log_{10}(1-2x) (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x > -1$ et $x < \frac{1}{2}$
Donc $dom(E) = \left]-1; \frac{1}{2}\right[$
$\log_{10}(x+1) = 3 - \log_{10}(1-2x)$
$\Leftrightarrow \log_{10}(x+1) + \log_{10}(1-2x) = 3$

$\Leftrightarrow \log_{10}((x+1)\cdot(1-2x)) = 3$
$\Leftrightarrow \log_{10}(-2x^2 - x + 1) = 3$
$\Leftrightarrow -2x^2 - x + 1 = 10^3$
$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 1001 = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4\cdot 2\cdot(-1001) = 8009$
$x_1 = \frac{-1-\sqrt{8009}}{4} = -22.623$ à rejeter
$x_2 = \frac{-1+\sqrt{8009}}{4}$
$\mathbb{S} = \left\{\frac{-1+\sqrt{8009}}{4}\right\}$

(g) $\log_{10}(1-x) - \log_{10}(1+x) = -2 (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x < 1$ et $x > -1$
Donc $dom(E) = ]-1;1[$
$\log_{10}(1-x) - \log_{10}(1+x) = -2$
$\Leftrightarrow \log_{10}\frac{(1-x)}{(1+x)} = -2$
$\Leftrightarrow \frac{1-x}{1+x} = 10^{-2}$
$\Leftrightarrow 1 - x = \frac{1}{100}\cdot(1+x)$
$\Leftrightarrow -100x = 1 + x - 100$
$\Leftrightarrow -101x = -99$
$\Leftrightarrow x = \frac{99}{101}$
$\mathbb{S} = \left\{\frac{99}{101}\right\}$

(h) $\log_{10}(x+1) + \log_{10}(x-1) = \log_{10} 3 + 4\log_{10} 2 (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x > -1$ et $x > 1$
Donc $dom(E) = ]1;+\infty[$
$\log_{10}(x+1) + \log_{10}(x-1) = \log_{10} 3 + 4\log_{10} 2$
$\Leftrightarrow \log_{10}((x+1)\cdot(x-1)) = \log_{10}(3\cdot 2^4)$
$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 48$
$\Leftrightarrow x^2 - 49 = 0$
$\Leftrightarrow x = 7$ ou $x = -7$ à rejeter
$\mathbb{S} = \{7\}$

(i) $\log_{10}(x^2 + 5x + 6) = \log_{10}(x+11) (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 > 0$ et $x > -11$
$\Leftrightarrow (x+2)(x+3) > 0$ et $x > -11$
$\Leftrightarrow x \in ]-\infty, -3[ \cup ]-2;+\infty[$ et $x > -11$

Donc $dom(E) = ]-11; -3[ \cup ]-2; +\infty[$
$\log_{10}(x^2 + 5x + 6) = \log_{10}(x + 11)$
$\Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = x + 11$
$\Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 - x - 11 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$
$\Delta = 36$
$x_1 = \frac{-4-6}{2} = -5$
$x_2 = \frac{-4+6}{2} = 1$
$\Leftrightarrow x = -5$ ou $x = 1$
$\mathbb{S} = \{-5, 1\}$

(j) $\log_{10}(1 - 5x) - \log_{10}(x + 1) = -1 (E)$
$x \in dom(E) \Leftrightarrow x < \frac{1}{5}$ et $x > -1$
Donc $dom(E) = \left]-1; \frac{1}{5}\right[$
$\log_{10}(1 - 5x) + 1 = \log_{10}(x + 1)$
$\Leftrightarrow \log_{10}(1 - 5x) \cdot 10 = \log_{10}(x + 1)$
$\Leftrightarrow (1 - 5x) \cdot 10 = x + 1$
$\Leftrightarrow 10 - 50x - x - 1 = 0$
$\Leftrightarrow 51x = 9$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{3}{17}$
$\mathbb{S} = \left\{\dfrac{3}{17}\right\}$

7.

(a) $(\log_{10} x)^2 - 3\log_{10} x - 4 = 0$ $(E)$
$dom(E) = \mathbb{R}_+^*$
On pose: $y = \log_{10} x$
Donc: $y^2 - 3y - 4 = 0$
$\Longleftrightarrow y = -1$ ou $y = 4$
Alors: $\log_{10} x = -1$ ou $\log_{10} x = 4$
$\Longleftrightarrow x = 10^{-1}$ ou $x = 10^4$
$\Longleftrightarrow x = \dfrac{1}{10}$ ou $x = 10000$
D'où: $\mathbb{S} = \left\{\dfrac{1}{10}; 10000\right\}$

(b) $2(\log_{10} x)^2 - \log_{10} x + 1 = 0$ $(E)$
$dom(E) = \mathbb{R}_+^*$
On pose: $y = \log_{10} x$
Donc:$2y^2 - y + 1 = 0$
Cette équation n'admet pas de racines réelles.
D'où: $\mathbb{S} = \emptyset$

(c) $(\log_{10} x)^2 + \log_{10} x - 12 = 0$ $(E)$
$dom(E) = \mathbb{R}_+^*$
On pose: $y = \log_{10} x$
Donc: $y^2 + y - 12 = 0$
$\Longleftrightarrow y = -4$ ou $y = 3$
Alors: $\log_{10} x = -4$ ou $\log_{10} x = 3$
$\Longleftrightarrow x = 10^{-4}$ ou $x = 10^3$
$\Longleftrightarrow x = \dfrac{1}{10000}$ ou $x = 1000$
D'où: $\mathbb{S} = \left\{\dfrac{1}{10000}; 1000\right\}$

8.

(a) $\log_{10} x > \frac{1}{2}$ $(I)$
$dom(I) = \mathbb{R}_+^*$
Donc: $\log_{10} x > \frac{1}{2}$
$\Longleftrightarrow x > 10^{\frac{1}{2}}$
$\Longleftrightarrow x > \sqrt{10}$
D'où: $\mathbb{S} = \left]\sqrt{10}; +\infty\right[$

(b) $2\log_{10} x \leq -3$ $(I)$
$dom(I) = \mathbb{R}_+^*$
Donc: $2\log_{10} x \leq -3$
$\Longleftrightarrow \log_{10} x^2 \leq -3$
$\Longleftrightarrow x^2 \leq 10^{-3}$
$\Longleftrightarrow x^2 - \left(\sqrt{\dfrac{1}{10^3}}\right)^2 \leq 0$

$$\iff \left(x-\sqrt{\frac{10}{10^3\cdot 10}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{10}{10^3\cdot 10}}\right)\leq 0$$

D'où: $\mathbb{S}=\left[-\frac{\sqrt{10}}{100};\frac{\sqrt{10}}{100}\right]\cap dom(I)=\left]0;\frac{\sqrt{10}}{100}\right]$

(c) $\log_{10}|2x+1|+\log_{10}|x+3|<1 \ (I)$

$x\in dom(I)$

$\iff |2x+1|>0$ et $|x+3|>0$

$\iff x\neq -\frac{1}{2}$ et $x\neq -3$

$dom(I)=\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2};-3\right\}$

Donc: $\log_{10}|2x+1|+\log_{10}|x+3|<1$

$\iff \log_{10}\left[\left(|2x+1|\right)\left(|x+3|\right)\right]<1$

$\iff \left(|2x+1|\right)\left(|x+3|\right)<10^1$

$\iff |(2x+1)(x+3)|<10$

$\iff \left|2x^2+6x+x+3\right|<10$

$\iff -10<2x^2+7x+3<10$

$$\iff \begin{cases} -10<2x^2+7x+3 \\ 2x^2+7x+3<10 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2x^2+7x+13>0 \ \ (1) \\ 2x^2+7x-7<0 \, (2) \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ x\in\left]\frac{-7-\sqrt{105}}{4};\frac{-7+\sqrt{105}}{4}\right[ \end{cases}$$

$$\iff x\in\left]\frac{-7-\sqrt{105}}{4};\frac{-7+\sqrt{105}}{4}\right[$$

$$\mathbb{S}=\left]\frac{-7-\sqrt{105}}{4};\frac{-7+\sqrt{105}}{4}\right[$$

(d) $\log_{10}24+\log_{10}(3-x)<\log_{10}(x+1)+\log_{10}(25x-49) \ (I)$

$x\in dom(I)\iff 3>x$ et $x>-1$ et $x>\frac{49}{25}$

$\iff x\in\left]\frac{49}{25};3\right[$

$dom(I)=\left]\frac{49}{25};3\right[$

Donc: $\log_{10}24+\log_{10}(3-x)<\log_{10}(x+1)+\log_{10}(25x-49)$

$\iff \log_{10}\left[24\cdot(3-x)\right]<\log_{10}\left[(x+1)(25x-49)\right]$

$\iff \log_{10}(72-24x)<\log_{10}\left(25x^2+25x-49x-49\right)$

$\Longleftrightarrow \log_{10}(72-24x) < \log_{10}\left(25x^2-24x-49\right)$
$\Leftrightarrow 72-24x < 25x^2-24x-49$
$\Leftrightarrow 0 < 25x^2-121$
$\Leftrightarrow (5x-11)(5x+11) > 0$
$\Longleftrightarrow x \in \left]-\infty;-\frac{11}{5}\right] \cup \left[\frac{11}{5};+\infty\right[$
$\mathbb{S} = \left(\left]-\infty;-\frac{11}{5}\right] \cup \left[\frac{11}{5};+\infty\right[\right) \cap \left]\frac{49}{25};3\right[ = \left[\frac{11}{5};3\right[$

(e) $\log_{10}\left(3x^2-x-2\right) > \log_{10}(6x+4)$ $(I)$
$x \in dom(I) \Longleftrightarrow 3x^2-x-2>0$ et $6x+4>0$
$\Longleftrightarrow x \in \left]-\infty;-\frac{2}{3}\right[ \cup \left]1;+\infty\right[$ et $x > -\frac{2}{3}$
$dom(I) = \left]1;+\infty\right[$
Donc: $\log_{10}\left(3x^2-x-2\right) > \log_{10}(6x+4)$
$\Longleftrightarrow \log_{10}\left(3x^2-x-2\right) - \log_{10}(6x+4) > 0$
$\Longleftrightarrow \log_{10}\left(3x^2-x-2\right) > \log_{10}(6x+4)$
$\Longleftrightarrow 3x^2-x-2 > 6x+4$
$\Longleftrightarrow 3x^2-7x-6 > 0$
$\Longleftrightarrow x \in \left]-\infty,-\frac{2}{3}\right[ \cup \left]3;+\infty\right[$
$\mathbb{S} = \left(\left]-\infty,-\frac{2}{3}\right[ \cup \left]3;+\infty\right[\right) \cap \left]1;+\infty\right[ = \left]3;+\infty\right[$

(f) $\log_{10}(x+2) + \log_{10}(x-4) < 2\log_{10}(x-1)$ $(I)$
$x \in dom(I) \Longleftrightarrow x+2>0$ et $x-4>0$ et $x-1>0$
$\Longleftrightarrow x > -2$ et $x > 4$ et $x > 1 \Longleftrightarrow x > 4$
$dom(I) = \left]4;+\infty\right[$
Donc: $\log_{10}(x+2) + \log_{10}(x-4) < 2\log_{10}(x-1)$
$\Longleftrightarrow \log_{10}\left[(x+2)(x-4)\right] < \log_{10}(x-1)^2$
$\Longleftrightarrow \log_{10}\left(x^2-2x-8\right) < \log_{10}\left(x^2-2x+1\right)$
$\Longleftrightarrow x^2-2x-8 < x^2-2x+1$
$\Longleftrightarrow 0x < 9$ vrai $\forall x \in dom(I)$
D'où: $\mathbb{S} = \left]4;+\infty\right[$

**Saisie et mise en page du corrigé :**
**Exercices 1-3: Alain KLEIN, II$^e$ C2 (2007-08)**
**Exercices 4-5: Ailin ZHANG, II$^e$ B2 (2007-08)**
**Exercice 6: Bob WEBER, II$^e$ B2 (2007-08)**
**Exercices 7-8: Bob HEYMANS, II$^e$ B2 (2007-08)**